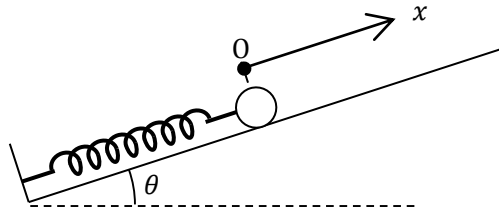


物理学 I

7 月 14 日レポート課題

1. 図のように、水平から角 θ だけ傾いた斜面の上に壁につながれたばね定数 k のばねがあり、上端には質量 m の物体が取り付けられている。つりあって静止している状態でのおもりの位置を原点 O ($x = 0$) とし、斜面に平行上向きに x 軸をとる。斜面と物体の間の静止摩擦係数 μ_0 は、動摩擦係数 μ はである。



- (1) $x = a$ ($a > 0$) まで物体を移動させ、静かに手を放した。物体が動き始めるための a の条件を求めよ。
- (2) (1) の条件を満たして動き始めた物体の運動方程式を書け。
- (3) (2) の運動をしているときの振動の中心の x 座標を求めよ。
- (4) ばねが縮みだしてから縮みきるまでに掛かる時間を求めよ。
- (5) ばねが縮みきったあと、再び伸びだすための a の条件を求めよ。
- (6) (5) の条件を満たして伸びだしたときの物体の運動方程式を書け。

解答例

- (1) 物体が $x = a$ にあるときに物体に働く力は、重力、ばねの力、摩擦力である。このうち、重力は原点をつりあいの位置に取ったばねの力を考えると、自然長から縮んだばねの力と相殺されていることから、ばねの力と摩擦力のみ考慮すればよい

手を放したときに物体が動き始めるためには、ばねの力が最大静止摩擦力より大きい必要がある

x 軸方向の力のつり合いを考えると、
$$-ka + \mu_0 mg \cos \theta < 0$$

のときに物体は x 軸の負の向きに動き出す

したがって、
$$a > \frac{\mu_0 mg \cos \theta}{k}$$

物理学 I
7 月 14 日レポート課題

- (2) 物体が負の方向に運動するときには、摩擦力は正の方向に働くことから、

$$m\ddot{x} = -kx + \mu mg \cos \theta$$

- (3) $x = x' + b$ (b は定数)とおくと、(2)の運動方程式は、

$$m\ddot{x}' = -kx' + kb + \mu mg \cos \theta$$

$$b = \frac{\mu mg \cos \theta}{k} \text{とおくと、}$$

$$m\ddot{x}' = -kx' \text{となり、} x' = 0 \text{の位置を中心とした単振動の式が得られる}$$

したがって、 $x = \frac{\mu mg \cos \theta}{k}$ を中心として単振動する

- (4) $m\ddot{x}' = -kx'$ の単振動をすることから、この運動の周期は $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

縮みきるまでが丁度半周期にあたることから、掛かる時間は $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

- (5) $x = \frac{\mu mg \cos \theta}{k}$ を中心として単振動することから、振幅は、

$$a - \frac{\mu mg \cos \theta}{k}$$

よって、ばねが縮みきったときの物体の位置は、

$$\frac{\mu mg \cos \theta}{k} - \left(a - \frac{\mu mg \cos \theta}{k}\right) = \frac{2\mu mg \cos \theta}{k} - a$$

(1)と同様に、手を放したときに物体が動き始めるためにはばねの力が最大静止摩擦より大きい必要がある

x 軸方向の力のつり合いを考えると、

$$-k\left(\frac{2\mu mg \cos \theta}{k} - a\right) - \mu_0 mg \cos \theta > 0$$

のときに物体は x 軸の正の向きに動き出す

$$\text{したがって、} a > \frac{(2\mu + \mu_0)mg \cos \theta}{k}$$

- (6) 物体が正の方向に運動するときには、摩擦力は負の方向に働くことから、

$$m\ddot{x} = -ka - \mu mg \cos \theta$$