

3. 一端が固定され、他端に質量 m の質点がつながれたばね（ばね定数 k ）が x 軸上で単振動を行っている。自然長のときの位置を原点としたときの、ポテンシャルエネルギー $U(x)$ を求めよ。ただし、自然長のときのポテンシャルエネルギーを 0 とする。

解答例

$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r}$ を求める。

ばねが自然長から x だけ伸びたときに働く力 F は、 $F = -kx$ であるから、

$$-\frac{\partial U(x)}{\partial x} = F$$

$$-\frac{\partial U(x)}{\partial x} = -kx$$

両辺積分して、

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

自然長のときの位置を原点としているから、 $C = 0$

よって、 $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$